

6.1	Grundwissen Mathematik - Zahlen und Operationen	Klasse 6	Gymnasium Landau a. d. Isar 
-----	---	----------	--

Brüche und Dezimalbrüche

<i>Definitionen und Regeln</i>	<i>Beispiele</i>
<p>Bruchteil: $\frac{z}{n}$ eines Ganzen bedeutet: Man teilt das Ganze in n gleiche Teile und nimmt z von diesen Teilen.</p> <p>Erweitern und Kürzen eines Bruches: Erweitern meint, dass Zähler und Nenner mit derselben natürlichen Zahl multipliziert werden. Beim Kürzen werden Zähler und Nenner durch dieselbe natürliche Zahl dividiert. Die Brüche verändern ihren Wert nicht.</p> <p>Umwandeln von Brüchen in Dezimalbrüche: Man erweitert, falls möglich, den Nenner auf eine Zehnerpotenz oder man dividiert den Zähler durch den Nenner. Das Ergebnis einer Division kann auch ein periodischer Bruch sein.</p>	$\frac{3}{4} \text{ von } 28\text{kg} = (28 \text{ kg} : 4) \cdot 3 = 7\text{kg} \cdot 3 = 21 \text{ kg}$ $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{10}{35}$ $\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$ $\frac{9}{75} = \frac{3}{25} = \frac{12}{100} = 0,12$ $\frac{9}{5} = 9 : 5 = 1,8$ $\frac{7}{6} = 7 : 6 = 1,1666 \dots = 1,1\bar{6}$



Addieren und Subtrahieren von Brüchen

Definitionen und Regeln

Beispiele

Gleichnamige Brüche:

Gleichnamige Brüche werden addiert bzw. subtrahiert, indem man die Zähler addiert bzw. subtrahiert und den gemeinsamen Nenner beibehält.

kurz: Zähler plus/minus Zähler, Nenner beibehalten

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{2}{5}$$

Ungleichnamige Brüche:

Um ungleichnamige Brüche zu addieren bzw. subtrahieren, macht man sie zuerst gleichnamig, d.h. man erweitert sie auf den gleichen Nenner.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5}{30} + \frac{9}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{3}{15} - \frac{5}{15} = -\frac{2}{15}$$

Das **kleinste gemeinsame Vielfache** (kgV) von Nennern bezeichnet man als **Hauptnenner**.

$$\text{kgV}(6; 10) = 30$$

$$\text{kgV}(6; 8) = 24$$

6.3	Grundwissen Mathematik - Zahlen und Operationen	Klasse 6	Gymnasium Landau a. d. Isar 
-----	---	----------	--

Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

Definitionen und Regeln

Beispiele

Multiplikation:

Ein Bruch wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der Zahl multipliziert und den Nenner beibehält.

Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

Das Wort „von“ bedeutet „mal“ (Bruchteil – Regel).

Division:

Vertauscht man Zähler und Nenner eines Bruchs, so erhält man seinen Kehrbuch.

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrbuch des zweiten Bruchs multipliziert.

$$\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15}$$

$$\text{allgemein: } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{3}{4} \text{ von } 72 = \frac{3}{4} \cdot 72 = \frac{3 \cdot 72}{4} = 3 \cdot 18 = 54$$

$$\text{Bruch: } \frac{4}{7} \rightarrow \text{Kehrbuch: } \frac{7}{4}$$

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

6.4	Grundwissen Mathematik - Zahlen und Operationen	Klasse 6	Gymnasium Landau a. d. Isar 
-----	---	----------	--

Rechnen mit Dezimalbrüchen

Definitionen und Regeln

Beispiele

Addieren und Subtrahieren:

Zahlen untereinander schreiben, so dass Komma unter Komma steht und stellenweise rechnen.

Multiplizieren:

Ohne Rücksicht auf die Kommas die Zahlen multiplizieren und dann das Komma im Ergebnis so setzen, dass dieses so viele Nachkommastellen hat, wie die Faktoren zusammen haben.

Bei gegensinniger Kommaverschiebung in beiden Faktoren bleibt der Produktwert unverändert.

Dividieren:

Bei der Division durch eine Dezimalzahl verschiebt man das Komma bei Dividend und Divisor jeweils um so viele Stellen nach rechts, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist.

Beim Dividieren wird beim Überschreiten des Kommas im Dividenden im Ergebnis das Komma gesetzt.

$$0,3 \cdot 0,25 = 0,075$$

$$0,\underbrace{045}_3 \cdot \underbrace{2,5}_1 = 0,\underbrace{45}_2 \cdot 0,\underbrace{25}_2 = 4,\underbrace{5}_1 \cdot 0,\underbrace{025}_3$$

$$0,015 : 0,75 = 1,5 : 75 = 0,02$$

(gleichsinnige Kommaverschiebung)

6.5	Grundwissen Mathematik - Zahlen und Operationen	Klasse 6	Gymnasium Landau a. d. Isar 
-----	---	----------	--

Doppelbrüche, Potenzschreibweise, Zehnerpotenzen

Definitionen und Regeln

Beispiele

Doppelbruch:

Ein Bruch, bei dem Zähler und/oder Nenner auch ein Bruch ist, nennt man Doppelbruch.

$$\frac{\frac{12}{25}}{\frac{8}{15}} = \frac{12}{25} : \frac{8}{15} = \frac{12}{25} \cdot \frac{15}{8} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{9}{10}$$

Potenzschreibweise:

Der Exponent bei Potenzen kann auch negativ sein, das bedeutet, dass die Potenz im Nenner steht.

Es gilt allgemein: $q^{-n} = \frac{1}{q^n}$ ($q \neq 0, n$ ist natürliche Zahl)

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 1 : \frac{1}{16} = 1 \cdot \frac{16}{1} = 16$$

Rechnen mit Zehnerpotenzen:

Multipliziert man einen Dezimalbruch mit 10, 100, 1000 ..., so rückt das Komma um 1, 2, 3 ... Stellen nach rechts.

Dividiert man einen Dezimalbruch durch 10, 100, 1000 ..., so rückt das Komma um 1, 2, 3... Stellen nach links.

Multipliziert man einen Dezimalbruch mit 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} ..., so entspricht das der Division durch 10^1 , 10^2 , 10^3 ...

$$0,287 \cdot 100 = 28,7$$

$$30,7 : 1000 = 0,0307$$

$$75,3 \cdot 10^{-2} = 75,3 : 100 = 0,753$$

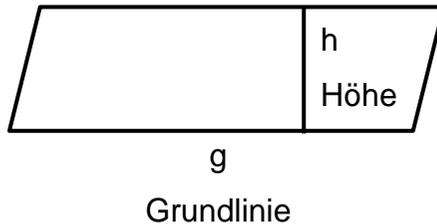


Flächenformeln für Dreieck, Parallelogramm und Trapez

Parallelogramm

Der Flächeninhalt eines Parallelogramms ist gleich dem Produkt aus einer Seitenlänge und der zugehörigen Höhe:

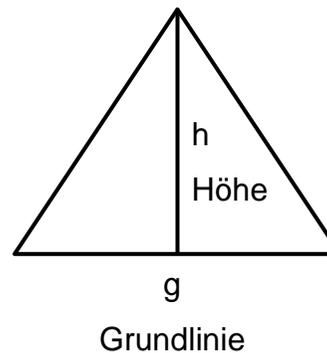
$$A_{\text{Parallelogramm}} = g \cdot h$$



Dreieck

Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich der Hälfte des Produkts aus einer Seitenlänge und der zugehörigen Höhe:

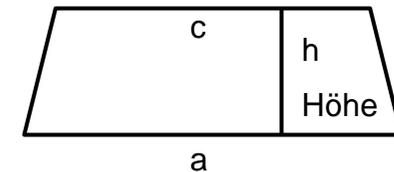
$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$



Trapez

Der Flächeninhalt eines Trapezes mit den parallelen Seiten a und c ist gleich der Hälfte des Produkts aus der Summe der Längen a und c und der Höhe h :

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$$





Volumen

Definitionen und Regeln

Beispiele

Volumeneinheiten:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ Liter} = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

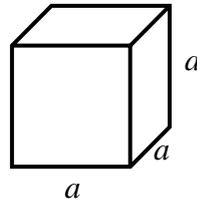
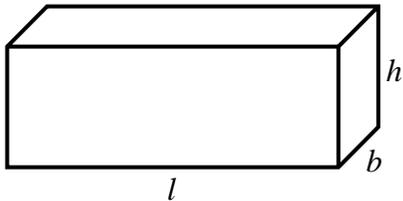
$$1 \text{ ml} = \frac{1}{1000} \text{ l} = \frac{1}{1000} \text{ dm}^3 = 1 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$$

Volumenberechnung:

$$\text{Volumen des Quaders: } V_{\text{Quader}} = l \cdot b \cdot h$$

$$\text{Volumen des Würfels: } V_{\text{Würfel}} = a \cdot a \cdot a = a^3$$



a) $315 \text{ dm}^3 \cdot 70 \text{ cm}^2 = 315 \cdot 70 \text{ cm}^3 = 22050 \text{ cm}^3 = 0,2205 \text{ m}^3$

b) $2300 \text{ cm}^3 = 2,3 \text{ dm}^3 = 2,3 \text{ l}$

c) Ein Quader ist 1,2 m lang, 50 cm breit und 3,5 dm hoch.

$$V = 1,2 \text{ m} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ dm}$$

$$= 1,2 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 0,35 \text{ m} =$$

$$= 0,21 \text{ m}^3 = 210 \text{ dm}^3$$

6.8	Grundwissen Mathematik - Zahlen und Operationen	Klasse 6	Gymnasium Landau a. d. Isar 
-----	---	----------	--

Prozentrechnung

<i>Definitionen und Regeln</i>	<i>Beispiele</i>
<p>Prozentangaben: „Prozent“ bedeutet „Hundertstel“: $z\% = \frac{z}{100}$</p> <p>Grundgleichung der Prozentrechnung: Prozentsatz von Grundwert ist Prozentwert Prozentsatz mal Grundwert ist Prozentwert Kurz: $PS \cdot GW = PW$</p> <p>Berechnung von Prozentwert, Prozentsatz, Grundwert: $Prozentwert = Prozentsatz \cdot Grundwert$ $Prozentsatz = \frac{Prozentwert}{Grundwert}$ $Grundwert = \frac{Prozentwert}{Prozentsatz}$ Alternativ kann auch eine Dreisatzrechnung durchgeführt werden.</p>	<p>a) $7\% = \frac{7}{100} = 0,07$</p> <p>b) $80\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$</p> <p>c) $40\% \text{ von } 75 \text{ kg} = 0,4 \cdot 75 \text{ kg} = 30 \text{ kg}$</p> <p>d) Wie viel Prozent sind 7 von 35? $\frac{7}{35} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$</p> <p>e) Von welchem Grundwert sind 12 % gerade 45? $GW = \frac{45}{12\%} = \frac{45}{0,12} = 45 : 0,12 = 4500 : 12 = 375$ Oder: $12\% \triangleq 45$ $4\% \triangleq 15$ $100\% \triangleq 375$</p>

6.9	Grundwissen Mathematik - Daten und Zufall	Klasse 6	Gymnasium Landau a. d. Isar 
-----	---	----------	--

Daten auswerten

Definitionen und Regeln

Absolute und relative Häufigkeit:

Die absolute Häufigkeit ist die Anzahl, wie oft eine Ausprägung vorkommt. Die relative Häufigkeit ist der Anteil der absoluten Häufigkeit an der Gesamtzahl.

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Relative Häufigkeiten werden oft in Prozentschreibweise angegeben.

Arithmetisches Mittel:

Das arithmetische Mittel wird berechnet als

$$\frac{\text{Summe der einzelnen Werte}}{\text{Gesamtzahl an Werten}}$$

Im Alltag sagt man dazu auch Durchschnitt, Mittelwert oder nur Mittel.

Beispiele

12 von 30 Schülern einer Klasse kommen täglich mit dem Fahrrad in die Schule.

Absolute Häufigkeit: 30

$$\text{Relative Häufigkeit: } \frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40 \%$$

Bei einer viertägigen Wanderung wurden tageweise die Strecken 15 km, 19 km, 24 km und 12 km zurückgelegt.

$$\frac{15 + 19 + 24 + 12}{4} = 17,5$$

Das arithmetische Mittel ist 17,5 km.

Durchschnittlich wurden täglich 17,5 km zurückgelegt.